

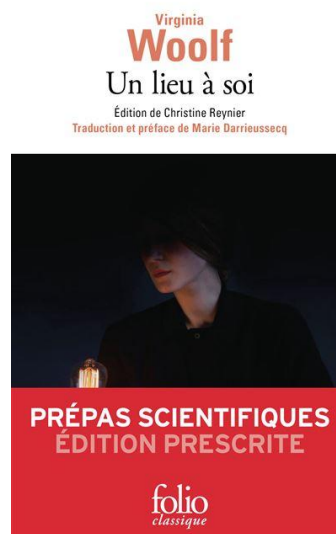
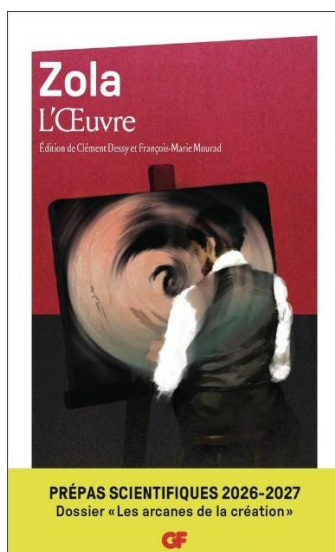
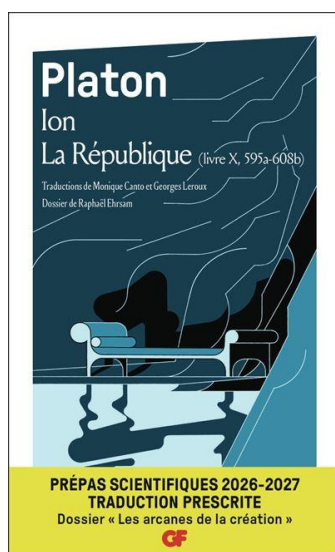


CPGE Lycée Albert Châtelet DOUAI

**CONSEILS DES ENSEIGNANTS
AUX FUTURS ETUDIANTS DE LA CLASSE
DE MP
POUR LA RENTRÉE SCOLAIRE 2026/2027**

Le programme de français-philosophie 2026-2027 s'articule autour du thème
« **Les arcanes de la création** » et des 3 auteurs/œuvres suivants :

Editions prescrites	
Ion (Platon) - Traduction de Monique Canto, La République, livre X , 595a-608b (Platon) - Traduction de Georges Leroux	GF PREPAS SCIENTI- FIQUES 2026-2027, TRADUCTION PRESCRITE
L 'Œuvre (Emile Zola)	GF PREPAS SCIENTI- FIQUES 2026-2027
Un lieu à soi (Virginia Woolf) - Traduction de Marie Dar- rieussecq	Folio classique



Il est indispensable que ces textes soient lus pour la rentrée. L'appareillage critique (préfaces, notes et dossiers) est une aide précieuse à une bonne compréhension des textes. Il s'avère utile de les lire dans un second temps.

Je ne saurais que trop encourager à relever (souligner, annoter, repérer) les passages, les phrases que vous jugerez significatifs au fil de l'eau.

Mme Camier
virginie.camier@ac-lille.fr

Consignes travail d'été en mathématiques

MP Lycée Châtelet

Pendant cet été, l'objectif prioritaire est de réviser le cours de première année en mathématiques.

Pour ce faire, je vous joins la liste d'exercice de la Banque CCINP.

Cette Banque est constituée d'exercices pouvant être posé au concours. Il y en a 112 en tout. Les exercices recouvrent l'ensemble du programme. Il va sans dire que tous ces exercices sont à connaître par cœur. Leur portée va au delà du seul concours CCINP.

J'ai extrait la liste des exercices traitant du programme de première année. Vous pouvez vous y atteler dès à présent.

La liste complète et officielle est disponible sur le site du concours CCINP

<https://www.concours-commun-inp.fr/>

Dans le menu "Épreuves" choisissez "Les épreuves orales", puis il y a un bandeau bleu "Filière MP"

Dans les premiers jours de l'année scolaire, aura lieu un devoir surveillé sur ces exercices.

Bonne préparation

BANQUE ANALYSE

EXERCICE 3 analyse

1. On pose $g(x) = e^{2x}$ et $h(x) = \frac{1}{1+x}$.

Calculer, pour tout entier naturel k , la dérivée d'ordre k des fonctions g et h sur leurs ensembles de définitions respectifs.

2. On pose $f(x) = \frac{e^{2x}}{1+x}$.

En utilisant la formule de Leibniz concernant la dérivée $n^{\text{ième}}$ d'un produit de fonctions, déterminer, pour tout entier naturel n et pour tout $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}$, la valeur de $f^{(n)}(x)$.

3. Démontrer, dans le cas général, la formule de Leibniz, utilisée dans la question précédente.

EXERCICE 4 analyse

1. Énoncer le théorème des accroissements finis.

2. Soit $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ et soit $x_0 \in]a, b[$.

On suppose que f est continue sur $[a, b]$ et que f est dérivable sur $]a, x_0[$ et sur $]x_0, b[$.

Démontrer que, si f' admet une limite finie en x_0 , alors f est dérivable en x_0 et $f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} f'(x)$.

3. Prouver que l'implication : (f est dérivable en x_0) $\implies$ (f' admet une limite finie en x_0) est fausse.

Indication : on pourra considérer la fonction g définie par : $g(x) = x^2 \sin \frac{1}{x}$ si $x \neq 0$ et $g(0) = 0$.

EXERCICE 5 analyse

1. On considère la série de terme général $u_n = \frac{1}{n(\ln n)^\alpha}$ où $n \geq 2$ et $\alpha \in \mathbb{R}$.

- (a) **Cas $\alpha \leq 0$**

En utilisant une minoration très simple de u_n , démontrer que la série diverge.

- (b) **Cas $\alpha > 0$**

Étudier la nature de la série.

Indication : on pourra utiliser la fonction f définie par $f(x) = \frac{1}{x(\ln x)^\alpha}$.

2. Déterminer la nature de la série $\sum_{n \geq 2} \frac{\left(e - \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n\right) e^{\frac{1}{n}}}{(\ln(n^2 + n))^2}$.

EXERCICE 6 analyse

Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ une suite de réels strictement positifs et l un réel positif strictement inférieur à 1.

1. Démontrer que si $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{u_{n+1}}{u_n} = l$, alors la série $\sum u_n$ converge.

Indication : écrire, judicieusement, la définition de $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{u_{n+1}}{u_n} = l$, puis majorer, pour n assez grand, u_n par le terme général d'une suite géométrique.

2. Quelle est la nature de la série $\sum_{n \geq 1} \frac{n!}{n^n}$?

EXERCICE 7 analyse

1. Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ et $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ deux suites réelles telles que $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est non nulle à partir d'un certain rang .

(a) Prouver que si $u_n \underset{+\infty}{\sim} v_n$ alors u_n et v_n sont de même signe à partir d'un certain rang

(b) Dans cette question, on suppose que (v_n) est positive.

Prouver que : $u_n \underset{+\infty}{\sim} v_n \implies \sum u_n$ et $\sum v_n$ sont de même nature.

2. Étudier la convergence de la série $\sum_{n \geq 2} \frac{((-1)^n + i) \sin\left(\frac{1}{n}\right) \ln n}{(\sqrt{n+3} - 1)}$.

Remarque 1 : i désigne le nombre complexe de carré égal à -1 .

EXERCICE 33 analyse

On pose : $\forall (x, y) \in \mathbb{R}^2 \setminus \{(0, 0)\}$, $f(x, y) = \frac{xy}{\sqrt{x^2 + y^2}}$ et $f(0, 0) = 0$.

1. Démontrer que f est continue sur $\mathbb{R}^2$.
2. Démontrer que f admet des dérivées partielles en tout point de $\mathbb{R}^2$.
3. f est-elle de classe C^1 sur $\mathbb{R}^2$? Justifier.

EXERCICE 42 analyse

On considère les deux équations différentielles suivantes :

$$2xy' - 3y = 0 \quad (H)$$

$$2xy' - 3y = \sqrt{x} \quad (E)$$

1. Résoudre l'équation (H) sur l'intervalle $]0, +\infty[$.
2. Résoudre l'équation (E) sur l'intervalle $]0, +\infty[$.
3. L'équation (E) admet-elle des solutions sur l'intervalle $[0, +\infty[$?

EXERCICE 43 analyse

Soit $x_0 \in \mathbb{R}$.

On définit la suite (u_n) par $u_0 = x_0$ et, $\forall n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = \text{Arctan}(u_n)$.

1. (a) Démontrer que la suite (u_n) est monotone et déterminer, en fonction de la valeur de x_0 , le sens de variation de (u_n) .
- (b) Montrer que (u_n) converge et déterminer sa limite.
2. Déterminer l'ensemble des fonctions h , continues sur $\mathbb{R}$, telles que : $\forall x \in \mathbb{R}$, $h(x) = h(\text{Arctan } x)$.

EXERCICE 46 analyse

On considère la série : $\sum_{n \geq 1} \cos\left(\pi\sqrt{n^2 + n + 1}\right)$.

1. Prouver que, au voisinage de $+\infty$, $\pi\sqrt{n^2 + n + 1} = n\pi + \frac{\pi}{2} + \alpha \frac{\pi}{n} + O\left(\frac{1}{n^2}\right)$ où α est un réel que l'on déterminera.
2. En déduire que $\sum_{n \geq 1} \cos\left(\pi\sqrt{n^2 + n + 1}\right)$ converge.
3. $\sum_{n \geq 1} \cos\left(\pi\sqrt{n^2 + n + 1}\right)$ converge-t-elle absolument ?

EXERCICE 52 analyse

Soit $\alpha \in \mathbb{R}$.

On considère l'application définie sur $\mathbb{R}^2$ par $f(x, y) = \begin{cases} \frac{y^4}{x^2 + y^2 - xy} & \text{si } (x, y) \neq (0, 0) \\ \alpha & \text{si } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$

1. Prouver que : $\forall (x, y) \in \mathbb{R}^2, x^2 + y^2 - xy \geq \frac{1}{2}(x^2 + y^2)$.
2. (a) Justifier que le domaine de définition de f est bien $\mathbb{R}^2$.
(b) Déterminer α pour que f soit continue sur $\mathbb{R}^2$.
3. Dans cette question, on suppose que $\alpha = 0$.
(a) Justifier l'existence de $\frac{\partial f}{\partial x}$ et $\frac{\partial f}{\partial y}$ sur $\mathbb{R}^2 \setminus \{(0, 0)\}$ et les calculer.
(b) Justifier l'existence de $\frac{\partial f}{\partial x}(0, 0)$ et $\frac{\partial f}{\partial y}(0, 0)$ et donner leur valeur.
(c) f est-elle de classe $\mathcal{C}^1$ sur $\mathbb{R}^2$?

EXERCICE 55 analyse

Soit a un nombre complexe.

On note E l'ensemble des suites à valeurs complexes telles que :

$\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+2} = 2au_{n+1} + 4(1-a)u_n$ avec $(u_0, u_1) \in \mathbb{C}^2$.

1. (a) Prouver que E est un sous-espace vectoriel de l'ensemble des suites à valeurs complexes.
(b) Déterminer, en le justifiant, la dimension de E .
2. Dans cette question, on considère la suite de E définie par : $u_0 = 1$ et $u_1 = 1$.
Exprimer, pour tout entier naturel n , le nombre complexe u_n en fonction de n .

Indication : discuter suivant les valeurs de a .

EXERCICE 56 analyse

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}^2$ par : $\forall (x, y) \in \mathbb{R}^2, f(x, y) = 2x^3 + 6xy - 3y^2 + 2$.

1. f admet-elle des extrema locaux sur $\mathbb{R}^2$? Si oui, les déterminer.
2. f admet-elle des extrema globaux sur $\mathbb{R}^2$? Justifier.
3. On pose $K = [0, 1] \times [0, 1]$.
Justifier, oralement, que f admet un maximum global sur K puis le déterminer.

EXERCICE 57 analyse

1. Soit f une fonction de $\mathbb{R}^2$ dans $\mathbb{R}$.
(a) Donner, en utilisant des quantificateurs, la définition de la continuité de f en $(0, 0)$.
(b) Donner la définition de « f différentiable en $(0, 0)$ ».
2. On considère l'application définie sur $\mathbb{R}^2$ par $f(x, y) = \begin{cases} xy \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2} & \text{si } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{si } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$
(a) Montrer que f est continue sur $\mathbb{R}^2$.
(b) Montrer que f est de classe $\mathcal{C}^1$ sur $\mathbb{R}^2$.

BANQUE ALGÈBRE

EXERCICE 59 algèbre

Soit n un entier naturel tel que $n \geq 2$.

Soit E l'espace vectoriel des polynômes à coefficients dans $\mathbb{K}$ ($\mathbb{K} = \mathbb{R}$ ou $\mathbb{K} = \mathbb{C}$) de degré inférieur ou égal à n .

On pose : $\forall P \in E, f(P) = P - P'$.

1. Démontrer que f est bijectif de E dans E de deux manières :

- (a) sans utiliser de matrice de f ,
- (b) en utilisant une matrice de f .

2. Soit $Q \in E$. Trouver P tel que $f(P) = Q$.

Indication : si $P \in E$, quel est le polynôme $P^{(n+1)}$?

EXERCICE 60 algèbre

Soit la matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$ et f l'endomorphisme de $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ défini par : $f(M) = AM$.

1. Déterminer une base de $\text{Ker } f$.
2. f est-il surjectif ?
3. Déterminer une base de $\text{Im } f$.
4. A-t-on $\mathcal{M}_2(\mathbb{R}) = \text{Ker } f \oplus \text{Im } f$?

EXERCICE 64 algèbre

Soit f un endomorphisme d'un espace vectoriel E de dimension finie n .

1. Démontrer que : $E = \text{Im } f \oplus \text{Ker } f \implies \text{Im } f = \text{Im } f^2$.
2. (a) Démontrer que : $\text{Im } f = \text{Im } f^2 \iff \text{Ker } f = \text{Ker } f^2$.
- (b) Démontrer que : $\text{Im } f = \text{Im } f^2 \implies E = \text{Im } f \oplus \text{Ker } f$.

EXERCICE 71 algèbre

Soit P le plan d'équation $x + y + z = 0$ et D la droite d'équation $x = \frac{y}{2} = \frac{z}{3}$.

1. Vérifier que $\mathbb{R}^3 = P \oplus D$.
2. Soit p la projection vectorielle de $\mathbb{R}^3$ sur P parallèlement à D .
Soit $u = (x, y, z) \in \mathbb{R}^3$.
Déterminer $p(u)$ et donner la matrice de p dans la base canonique de $\mathbb{R}^3$.
3. Déterminer une base de $\mathbb{R}^3$ dans laquelle la matrice de p est diagonale.

EXERCICE 76 algèbre

Soit E un $\mathbb{R}$ -espace vectoriel muni d'un produit scalaire noté $(|)$.

On pose $\forall x \in E, \|x\| = \sqrt{(x|x)}$.

1. (a) Énoncer et démontrer l'inégalité de Cauchy-Schwarz.
- (b) Dans quel cas a-t-on égalité ? Le démontrer.

2. Soit $E = \{f \in \mathcal{C}([a, b], \mathbb{R}), \forall x \in [a, b] f(x) > 0\}$.

Prouver que l'ensemble $\left\{ \int_a^b f(t)dt \times \int_a^b \frac{1}{f(t)}dt, f \in E \right\}$ admet une borne inférieure m et déterminer la valeur de m .

EXERCICE 77 algèbre

Soit E un espace euclidien.

1. Soit A un sous-espace vectoriel de E .
Démontrer que $(A^\perp)^\perp = A$.
2. Soient F et G deux sous-espaces vectoriels de E .
 - (a) Démontrer que $(F + G)^\perp = F^\perp \cap G^\perp$.
 - (b) Démontrer que $(F \cap G)^\perp = F^\perp + G^\perp$.

EXERCICE 78 algèbre

Soit E un espace euclidien de dimension n et u un endomorphisme de E .

On note $(x|y)$ le produit scalaire de x et de y et $\| \cdot \|$ la norme euclidienne associée.

1. Soit u un endomorphisme de E , tel que : $\forall x \in E, \|u(x)\| = \|x\|$.
 - (a) Démontrer que : $\forall (x, y) \in E^2, (u(x)|u(y)) = (x|y)$.
 - (b) Démontrer que u est bijectif.
2. On note $\mathcal{O}(E)$ l'ensemble des isométries vectorielles de E .
C'est-à-dire $\mathcal{O}(E) = \{u \in \mathcal{L}(E) \mid \forall x \in E, \|u(x)\| = \|x\|\}$.
Démontrer que $\mathcal{O}(E)$, muni de la loi $\circ$, est un groupe.
3. Soit $u \in \mathcal{L}(E)$. Soit $e = (e_1, e_2, \dots, e_n)$ une base orthonormée de E .
Prouver que : $u \in \mathcal{O}(E) \iff (u(e_1), u(e_2), \dots, u(e_n))$ est une base orthonormée de E .

EXERCICE 79 algèbre

Soit a et b deux réels tels que $a < b$.

1. Soit h une fonction continue et positive de $[a, b]$ dans $\mathbb{R}$.

Démontrer que $\int_a^b h(x) dx = 0 \implies h = 0$.

2. Soit E le $\mathbb{R}$ -espace vectoriel des fonctions continues de $[a, b]$ dans $\mathbb{R}$.

On pose : $\forall (f, g) \in E^2, (f|g) = \int_a^b f(x)g(x) dx$.

Démontrer que l'on définit ainsi un produit scalaire sur E .

3. Majorer $\int_0^1 \sqrt{x} e^{-x} dx$ en utilisant l'inégalité de Cauchy-Schwarz.

EXERCICE 80 algèbre

Soit E l'espace vectoriel des applications continues et 2π -périodiques de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$.

1. Démontrer que $(f | g) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f(t) g(t) dt$ définit un produit scalaire sur E .
2. Soit F le sous-espace vectoriel engendré par $f : x \mapsto \cos x$ et $g : x \mapsto \cos(2x)$.

Déterminer le projeté orthogonal sur F de la fonction $u : x \mapsto \sin^2 x$.

EXERCICE 81 algèbre

On définit dans $\mathcal{M}_2(\mathbb{R}) \times \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ l'application φ par : $\varphi(A, A') = \text{tr}(A^T A')$, où $\text{tr}(A^T A')$ désigne la trace du produit de la matrice A^T par la matrice A' .

On admet que φ est un produit scalaire sur $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$.

On note $\mathcal{F} = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ -b & a \end{pmatrix}, (a, b) \in \mathbb{R}^2 \right\}$.

1. Démontrer que $\mathcal{F}$ est un sous-espace vectoriel de $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$.
2. Déterminer une base de $\mathcal{F}^\perp$.
3. Déterminer le projeté orthogonal de $J = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ sur $\mathcal{F}^\perp$.
4. Calculer la distance de J à $\mathcal{F}$.

EXERCICE 82 algèbre

Soit E un espace préhilbertien et F un sous-espace vectoriel de E de dimension finie $n > 0$.

On admet que, pour tout $x \in E$, il existe un élément unique y_0 de F tel que $x - y_0$ soit orthogonal à F et que la distance de x à F soit égale à $\|x - y_0\|$.

Pour $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ et $A' = \begin{pmatrix} a' & b' \\ c' & d' \end{pmatrix}$, on pose $(A | A') = aa' + bb' + cc' + dd'$.

1. Démontrer que $(. | .)$ est un produit scalaire sur $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$.
2. Calculer la distance de la matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ au sous-espace vectoriel F des matrices triangulaires supérieures.

EXERCICE 84 algèbre

1. Donner la définition d'un argument d'un nombre complexe non nul (on ne demande ni l'interprétation géométrique, ni la démonstration de l'existence d'un tel nombre).
2. Soit $n \in \mathbb{N}^*$. Donner, en justifiant, les solutions dans $\mathbb{C}$ de l'équation $z^n = 1$ et préciser leur nombre.
3. En déduire, pour $n \in \mathbb{N}^*$, les solutions dans $\mathbb{C}$ de l'équation $(z + i)^n = (z - i)^n$ et démontrer que ce sont des nombres réels.

EXERCICE 85 algèbre

1. Soient $n \in \mathbb{N}^*$, $P \in \mathbb{R}_n[X]$ et $a \in \mathbb{R}$.
 - (a) Donner sans démonstration, en utilisant la formule de Taylor, la décomposition de $P(X)$ dans la base $(1, X - a, (X - a)^2, \dots, (X - a)^n)$.
 - (b) Soit $r \in \mathbb{N}^*$. En déduire que :
 a est une racine de P d'ordre de multiplicité r si et seulement si $P^{(r)}(a) \neq 0$ et $\forall k \in \llbracket 0, r - 1 \rrbracket$, $P^{(k)}(a) = 0$.
2. Déterminer deux réels a et b pour que 1 soit racine double du polynôme $P = X^5 + aX^2 + bX$ et factoriser alors ce polynôme dans $\mathbb{R}[X]$.

EXERCICE 86 algèbre

1. Soit $(a, b, p) \in \mathbb{Z}^3$. Prouver que : si $p \wedge a = 1$ et $p \wedge b = 1$, alors $p \wedge (ab) = 1$.
2. Soit p un nombre premier.
 - (a) Prouver que $\forall k \in \llbracket 1, p - 1 \rrbracket$, p divise $\binom{p}{k} k!$ puis en déduire que p divise $\binom{p}{k}$.

- (b) Prouver que : $\forall n \in \mathbb{N}, n^p \equiv n \pmod{p}$.

Indication : procéder par récurrence.

- (c) En déduire, pour tout entier naturel n , que : p ne divise pas $n \implies n^{p-1} \equiv 1 \pmod{p}$.

EXERCICE 87 algèbre

Soient $a_0, a_1, \dots, a_n$, $n+1$ réels deux à deux distincts.

1. Montrer que si $b_0, b_1, \dots, b_n$ sont $n+1$ réels quelconques, alors il existe un unique polynôme P vérifiant

$$\deg P \leq n \text{ et } \forall i \in \llbracket 0, n \rrbracket, P(a_i) = b_i.$$

2. Soit $k \in \llbracket 0, n \rrbracket$.

Expliciter ce polynôme P , que l'on notera L_k , lorsque :

$$\forall i \in \llbracket 0, n \rrbracket, b_i = \begin{cases} 0 & \text{si } i \neq k \\ 1 & \text{si } i = k \end{cases}$$

3. Prouver que $\forall p \in \llbracket 0, n \rrbracket, \sum_{k=0}^n a_k^p L_k = X^p$.

EXERCICE 89 algèbre

Soit $n \in \mathbb{N}$ tel que $n \geq 2$. On pose $z = e^{i \frac{2\pi}{n}}$.

1. On suppose $k \in \llbracket 1, n-1 \rrbracket$.

Déterminer le module et un argument du complexe $z^k - 1$.

2. On pose $S = \sum_{k=0}^{n-1} |z^k - 1|$. Montrer que $S = \frac{2}{\tan \frac{\pi}{2n}}$.

EXERCICE 90 algèbre

$\mathbb{K}$ désigne le corps des réels ou celui des complexes.

Soient a_1, a_2, a_3 trois scalaires distincts donnés de $\mathbb{K}$.

1. Montrer que $\Phi : \mathbb{K}_2[X] \longrightarrow \mathbb{K}^3$ est un isomorphisme d'espaces vectoriels.

$$P \longmapsto (P(a_1), P(a_2), P(a_3))$$

2. On note (e_1, e_2, e_3) la base canonique de $\mathbb{K}^3$ et on pose $\forall k \in \{1, 2, 3\}, L_k = \Phi^{-1}(e_k)$.

(a) Justifier que (L_1, L_2, L_3) est une base de $\mathbb{K}_2[X]$.

(b) Exprimer les polynômes L_1, L_2 et L_3 en fonction de a_1, a_2 et a_3 .

3. Soit $P \in \mathbb{K}_2[X]$. Déterminer les coordonnées de P dans la base (L_1, L_2, L_3) .

4. **Application** : on se place dans $\mathbb{R}^2$ muni d'un repère orthonormé et on considère les trois points $A(0, 1), B(1, 3), C(2, 1)$.

Déterminer une fonction polynomiale de degré 2 dont la courbe passe par les points A, B et C .

EXERCICE 92 algèbre

Soit $n \in \mathbb{N}^*$. On considère $E = \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ l'espace vectoriel des matrices carrées d'ordre n .

On pose : $\forall (A, B) \in E^2, \langle A, B \rangle = \text{tr}(A^T B)$ où tr désigne la trace et A^T désigne la transposée de la matrice A .

1. Prouver que $\langle \cdot, \cdot \rangle$ est un produit scalaire sur E .

2. On note $S_n(\mathbb{R})$ l'ensemble des matrices symétriques de E .
Une matrice A de E est dite antisymétrique lorsque $A^T = -A$.
On note $A_n(\mathbb{R})$ l'ensemble des matrices antisymétriques de E .
On admet que $S_n(\mathbb{R})$ et $A_n(\mathbb{R})$ sont des sous-espaces vectoriels de E .
 - (a) Prouver que $E = S_n(\mathbb{R}) \oplus A_n(\mathbb{R})$.
 - (b) Prouver que $A_n(\mathbb{R})^\perp = S_n(\mathbb{R})$.
3. Soit F l'ensemble des matrices diagonales de E .
Déterminer $F^\perp$.

BANQUE PROBABILITÉS

EXERCICE 95 probabilités

Une urne contient deux boules blanches et huit boules noires.

- Un joueur tire successivement, avec remise, cinq boules dans cette urne.
Pour chaque boule blanche tirée, il gagne 2 points et pour chaque boule noire tirée, il perd 3 points.
On note X la variable aléatoire représentant le nombre de boules blanches tirées.
On note Y le nombre de points obtenus par le joueur sur une partie.
 - Déterminer la loi de X , son espérance et sa variance.
 - Déterminer la loi de Y , son espérance et sa variance.
- Dans cette question, on suppose que l'on tire simultanément cinq boules dans l'urne.
 - Déterminer la loi de X .
 - Déterminer la loi de Y .

EXERCICE 98 probabilités

Une secrétaire effectue, une première fois, un appel téléphonique vers n correspondants distincts.

On admet que les n appels constituent n expériences indépendantes et que, pour chaque appel, la probabilité d'obtenir le correspondant demandé est p ($p \in]0, 1[$).

Soit X la variable aléatoire représentant le nombre de correspondants obtenus.

- Donner la loi de X . Justifier.
- La secrétaire rappelle une seconde fois, dans les mêmes conditions, chacun des $n - X$ correspondants qu'elle n'a pas pu joindre au cours de la première série d'appels. On note Y la variable aléatoire représentant le nombre de personnes jointes au cours de la seconde série d'appels.
 - Soit $i \in \llbracket 0, n \rrbracket$. Déterminer, pour $k \in \mathbb{N}$, $P(Y = k | X = i)$.
 - Prouver que $Z = X + Y$ suit une loi binomiale dont on déterminera le paramètre.

Indication : on pourra utiliser, sans la prouver, l'égalité suivante : $\binom{n-i}{k-i} \binom{n}{i} = \binom{k}{i} \binom{n}{k}$.

- Déterminer l'espérance et la variance de Z .

EXERCICE 99 probabilités

- Rappeler l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev.
- Soit (Y_n) une suite de variables aléatoires indépendantes, de même loi et telle que $\forall n \in \mathbb{N}$, $Y_n \in L^2$.

On pose $S_n = \sum_{k=1}^n Y_k$.

Prouver que : $\forall a \in]0, +\infty[$, $P\left(\left|\frac{S_n}{n} - E(Y_1)\right| \geq a\right) \leq \frac{V(Y_1)}{na^2}$.

3. Application

On effectue des tirages successifs, avec remise, d'une boule dans une urne contenant 2 boules rouges et 3 boules noires.

À partir de quel nombre de tirages peut-on garantir à plus de 95% que la proportion de boules rouges obtenues restera comprise entre 0,35 et 0,45 ?

Indication : considérer la suite (Y_i) de variables aléatoires de Bernoulli où Y_i mesure l'issue du $i^{\text{ème}}$ tirage.

EXERCICE 104 probabilités

Soit n un entier naturel supérieur ou égal à 3.

On dispose de n boules numérotées de 1 à n et d'une boîte formée de trois compartiments identiques également numérotés de 1 à 3.

On lance simultanément les n boules.

Elles viennent toutes se ranger aléatoirement dans les 3 compartiments.

Chaque compartiment peut éventuellement contenir les n boules.

On note X la variable aléatoire qui à chaque expérience aléatoire fait correspondre le nombre de compartiments restés vides.

1. Préciser les valeurs prises par X .
2. (a) Déterminer la probabilité $P(X = 2)$.
(b) Finir de déterminer la loi de probabilité de X .
3. (a) Calculer $E(X)$.
(b) Déterminer $\lim_{n \rightarrow +\infty} E(X)$. Interpréter ce résultat.

EXERCICE 105 probabilités

1. Énoncer et démontrer la formule de Bayes pour un système complet d'événements.
2. On dispose de 100 dés dont 25 sont pipés (c'est-à-dire truqués).

Pour chaque dé pipé, la probabilité d'obtenir le chiffre 6 lors d'un lancer vaut $\frac{1}{2}$.

- (a) On tire un dé au hasard parmi les 100 dés. On lance ce dé et on obtient le chiffre 6.

Quelle est la probabilité que ce dé soit pipé ?

- (b) Soit $n \in \mathbb{N}^*$.

On tire un dé au hasard parmi les 100 dés. On lance ce dé n fois et on obtient n fois le chiffre 6.

Quelle est la probabilité p_n que ce dé soit pipé ?

- (c) Déterminer $\lim_{n \rightarrow +\infty} p_n$. Interpréter ce résultat.

EXERCICE 107 probabilités

On dispose de deux urnes U_1 et U_2 .

L'urne U_1 contient deux boules blanches et trois boules noires.

L'urne U_2 contient quatre boules blanches et trois boules noires.

On effectue des tirages successifs dans les conditions suivantes :

on choisit une urne au hasard et on tire une boule dans l'urne choisie.

On note sa couleur et on la remet dans l'urne d'où elle provient.

Si la boule tirée était blanche, le tirage suivant se fait dans l'urne U_1 .

Sinon le tirage suivant se fait dans l'urne U_2 .

Pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, on note B_n l'événement « la boule tirée au $n^{\text{ième}}$ tirage est blanche » et on pose $p_n = P(B_n)$.

1. Calculer p_1 .
2. Prouver que : $\forall n \in \mathbb{N}^*, p_{n+1} = -\frac{6}{35}p_n + \frac{4}{7}$.
3. En déduire, pour tout entier naturel n non nul, la valeur de p_n .

EXERCICE 112 probabilités

Soit $n \in \mathbb{N}^*$ et E un ensemble possédant n éléments.

On désigne par $\mathcal{P}(E)$ l'ensemble des parties de E .

1. Déterminer le nombre a de couples $(A, B) \in (\mathcal{P}(E))^2$ tels que $A \subset B$.
2. Déterminer le nombre b de couples $(A, B) \in (\mathcal{P}(E))^2$ tels que $A \cap B = \emptyset$.
3. Déterminer le nombre c de triplets $(A, B, C) \in (\mathcal{P}(E))^3$ tels que A, B et C soient deux à deux disjoints et vérifient $A \cup B \cup C = E$.

CLASSES SCIENTIFIQUES 1^{ère} et 2^e ANNÉE

ESPAGNOL LVB CONSEILS

Ne pas arriver à la rentrée sans une **révision minimale** des **conjugaisons** et principales **règles de grammaire**. Pour vous aider, l'achat est facultatif mais vivement recommandé : la grammaire espagnole suivante (peu importe l'année d'édition de cet ouvrage conçu par deux professeurs de classes prépas) : **Claude Mariani et Daniel Vassivière, *Pratique de l'espagnol de A à Z***, Paris, **Hatier**, 1987 (nombreuses rééditions, la dernière de 2022, depuis mais même une édition « ancienne » d'occasion fait l'affaire).

Comme de petites interrogations régulières de vocabulaire et de grammaire seront organisées, il n'est pas inutile de revoir un peu de **vocabulaire espagnol** (mots de liaison, vocabulaire pour l'expression écrite et orale...) d'ici la rentrée. Livre vivement recommandé réunissant 12500 mots classés par thème : **Éric Freysselinard, *Le mot et l'idée. 2. Espagnol***, Paris, **Ophrys**, édition 2017 avec réédition de 2023 (pas l'édition de 2004 ! obsolète).

Pour vous entraîner à la grammaire, au vocabulaire, à la compréhension orale, site pédagogique gratuit recommandé : <http://www.ver-taal.com>

Ne pas hésiter, pour entretenir votre espagnol, à voir des films, documentaires en espagnol, en VO avec sous-titres français ou espagnols ou anglais si rien d'autre disponible. De nombreuses séries et documentaires et JT sont libres d'accès notamment sur le site de la télévision publique espagnole RTVE <http://www.rtve.es>, par exemple une série à succès en Espagne comme *Cuéntame cómo pasó* (plus de 400 épisodes depuis 2001 !), sans compter l'écoute de musiques espagnoles et latino-américaines en VO peut être profitable pour mémoriser vocabulaire et grammaire.

Enfin, comme un des objectifs est de parfaire votre connaissance de l'histoire et civilisation hispano-américaine contemporaine, il est bon de **suivre un minimum l'actualité espagnole et latino-américaine**, grâce aux JT de RTVE ([Telediario matinal](#), [Telediario1](#) de 15h ou [Telediario2](#) de 21h), grâce à [Radio5](#) (équivalent espagnol de France Infos), etc (des **fiches** seront impérativement à rédiger, en espagnol, sur l'Espagne, l'Amérique latine dans sa globalité et pays latino-américain hispanophone par pays latino-américain hispanophone). Livre pouvant vous aider (à consulter en bibliothèque et à mettre en fiches en espagnol) : **Catherine Delamarre- Sallard, *La civilisation espagnole et latino-américaine en fiches***, Paris, **Ellipses**, 2020 (3^e édition actualisée).

¡Ánimo! (courage !) ¡Que paséis un buen verano!

Votre professeur : Sr D Manuel Cornejo
manuelcornejo2000@gmail.com

Devoirs de vacances des MPSI/MP et PCSI/PC italien LVB

1. **Faire le thème grammatical suivant (c'est-à-dire, traduire du français à l'italien) après avoir procédé à des révisions sur les points suivants : le présent de l'indicatif, la traduction de « aimer » et de « il y a ».**

1. Les jeunes lisent de moins en moins aujourd'hui.
2. Je ne comprends pas ce que tu me dis.
3. J'attends mon bus pour aller à l'école.
4. Nous ne nous perdons jamais.
5. Je continue sans m'arrêter.
6. Je préfère te suivre jusqu'à la maison.
7. Dans le frigo, il y a encore des spaghettis mais il n'y a plus de parmesan.
8. Dans ma classe, il y a un élève italien et un élève espagnol.
9. J'aime le noir mais j'aime davantage les couleurs vives.
10. J'aime beaucoup jouer au football. Je n'aime pas le basket et le volley.

2. **Procéder à des révisions grammaticales rigoureuses et régulières à l'aide de ce site**

<http://www.impariamoitaliano.com/>

Vous trouverez toutes les rubriques à droite de l'écran (voir flèche rouge ci-dessous)

IMPARIAMO L'ITALIANO

Donazione con PayPal

Formazione del femminile

Formazione del plurale

Plurali con doppia forma

Plurale delle parole composte

Preposizioni semplici

Preposizioni articolate

Uso degli articoli

Gradi dell'aggettivo

Aggettivi di nazionalità

Comparativi e superlativi irregolari

Indicativo presente

Passato prossimo

Indicativo imperfetto

Trapassato prossimo

Passato remoto

Mi piace Piace a 22.216 persone. Iscriviti per vedere cosa piace ai tuoi amici.

[. Quanto sei bravo in italiano?](#)

[. Chat in italiano](#)

[. Libri per chi studia l'italiano](#)

[. Esercizi d'inglese](#)

[. Crea il tuo profilo](#)